

## ОГЛАВЛЕНИЕ

### Глава I

|   |    |
|---|----|
| Алгебраические основы теории представлений . . . . .                          | 7  |
| § 1. Основные понятия теории групп . . . . .                                  | 7  |
| § 2. Основные понятия и простейшие предложения теории представлений . . . . . | 27 |

### Глава II

|   |     |
|---|-----|
| Представления конечных групп . . . . .                                  | 62  |
| § 1. Основные предложения теории представлений конечных групп . . . . . | 62  |
| § 2. Групповая алгебра конечной группы . . . . .                        | 82  |
| § 3. Представления симметрической группы . . . . .                      | 98  |
| § 4. Индуцированные представления . . . . .                             | 111 |
| § 5. Представления группы $SL(2, F_q)$ . . . . .                        | 117 |

### Глава III

|  |     |
|--|-----|
| Основные понятия теории представлений топологических групп . . . . .                   | 132 |
| § 1. Топологические пространства . . . . .   | 132 |
| § 2. Топологические группы . . . . .   | 139 |
| § 3. Определение конечномерного представления топологической группы; примеры . . . . . | 150 |
| § 4. Общее определение представления топологической группы . . . . .                   | 157 |

### Глава IV

|  |     |
|--|-----|
| Представления компактных групп . . . . .           | 165 |
| § 1. Компактные топологические группы . . . . .    | 165 |
| § 2. Представления компактных групп . . . . .      | 181 |
| § 3. Групповая алгебра компактной группы . . . . . | 209 |

### Глава V

|  |     |
|--|-----|
| Конечномерные представления связных разрешимых групп; теорема Ли . . . . . | 226 |
| § 1. Связные топологические группы . . . . .                               | 226 |
| § 2. Разрешимые и нильпотентные группы . . . . .                           | 233 |
| § 3. Теорема Ли . . . . .  | 237 |

## Глава VI

|   |     |
|---|-----|
| Конечномерные представления полной линейной группы . . . . .  | 241 |
| § 1. Некоторые подгруппы группы $G$ . . . . .   | 241 |
| § 2. Описание неприводимых конечномерных представлений группы $GL(n, \mathbb{C})$ . . . . .                     | 248 |
| § 3. Разложение конечномерного представления группы $GL(n, \mathbb{C})$ на неприводимые представления . . . . . | 264 |

## Глава VII

|   |     |
|---|-----|
| Конечномерные представления комплексных классических групп . . . . .                  | 275 |
| § 1. Комплексные классические группы . . . . .  | 275 |
| § 2. Конечномерные непрерывные представления комплексных классических групп . . . . . | 285 |

## Глава VIII

|  |     |
|--|-----|
| Накрывающие пространства и односвязные группы . . . . .      | 292 |
| § 1. Накрывающие пространства . . . . .                      | 292 |
| § 2. Односвязные пространства и принцип монодромии . . . . . | 295 |
| § 3. Накрывающие группы . . . . .                            | 301 |
| § 4. Односвязность некоторых групп . . . . .                 | 305 |

## Глава IX

|   |     |
|---|-----|
| Основные понятия теории групп и алгебр Ли . . . . . | 314 |
| § 1. Аналитические многообразия . . . . .           | 314 |
| § 2. Алгебры Ли . . . . .                           | 328 |
| § 3. Группы Ли . . . . .                            | 331 |

## Глава X

|   |     |
|---|-----|
| Алгебры Ли . . . . .  | 357 |
| § 1. Некоторые определения . . . . .  | 357 |
| § 2. Представления нильпотентных и разрешимых алгебр Ли . . . . .                         | 362 |
| § 3. Радикалы алгебры Ли . . . . .  | 370 |
| § 4. Теория реплик . . . . .  | 374 |
| § 5. Форма Киллинга. Критерии разрешимости и полупростоты алгебры Ли . . . . .            | 378 |
| § 6. Универсальная обертывающая алгебра алгебры Ли . . . . .                              | 382 |
| § 7. Полупростые алгебры Ли . . . . .   | 390 |
| § 8. Подалгебры Картана . . . . .   | 396 |
| § 9. Структура полупростых алгебр Ли . . . . .  | 399 |
| § 10. Классификация простых алгебр Ли . . . . .   | 417 |
| § 11. Группа Вейля полупростой алгебры Ли . . . . .                                       | 439 |
| § 12. Линейные представления полупростых комплексных алгебр Ли . . . . .                  | 442 |
| § 13. Характеры конечномерных неприводимых представлений полупростой алгебры Ли . . . . . | 450 |
| § 14. Вещественные формы полупростых комплексных алгебр Ли . . . . .                      | 471 |
| § 15. Общие теоремы об алгебрах Ли . . . . .  | 487 |

## Глава XI

|   |     |
|---|-----|
| <b>Группы Ли</b> . . . . .  | 491 |
| § 1. Формула Кемпбелла — Хаусдорфа . . . . .                              | 491 |
| § 2. Теорема Картана . . . . .  | 500 |
| § 3. Третья теорема Ли . . . . .  | 505 |
| § 4. Некоторые свойства групп Ли в целом . . . . .                        | 510 |
| § 5. Разложение Гаусса . . . . .  | 520 |
| § 6. Разложение Ивасавы . . . . .   | 526 |
| § 7. Универсальная накрывающая полупростой компактной группы Ли . . . . . | 533 |
| § 8. Комплексные полупростые группы Ли и их вещественные формы . . . . .  | 538 |

## Глава XII

|  |     |
|--|-----|
| <b>Конечномерные неприводимые представления полупростых групп Ли</b> . . . . . | 546 |
| § 1. Представления комплексных полупростых групп Ли . . . . .                  | 546 |
| § 2. Представления вещественных полупростых групп Ли . . . . .                 | 552 |
| Литература . . . . .   | 555 |
| Предметный указатель . . . . .   | 558 |